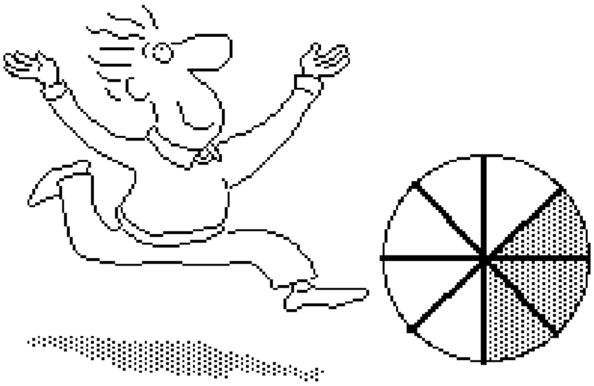
1 3º ESO

«Es imposible aprender matemáticas sin resolver ejercicios»

Godement. Matemático



Fracciones y decimales

ÍNDICE:

1. NÚMEROS RACIONALES
2. OPERACIONES CON FRACCIONES
3. NÚMEROS DECIMALES
4. FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN NÚMERO DECIMAL

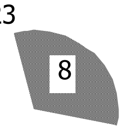
1. NÚMEROS RACIONALES

PARTICIONES DE LA UNIDAD

• Las fracciones resultan de la división en partes enteras de la unidad de referencia.

Por ejemplo:

En mi jornada el periodo de descanso representa $\frac{8}{24}$ del día.



Se utilizan dos números:

- Uno para las partes que consideradas.
- Otro para las partes en que dividimos el total o unidad de referencia.

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \rightarrow \text{n° de partes consideradas (numerador)} \\ \rightarrow \text{n° de partes del total (denominador)} \end{array}$$

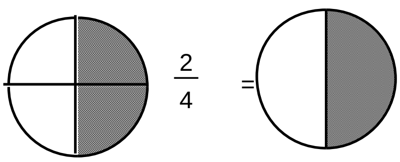
Ejemplos:

¿Qué fracción de un día representan 4 horas?	
¿Qué fracción de una hora representan 24 minutos?	

EQUIVALENCIA Y SIMPLIFICACIÓN

• Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad o la misma proporción.

Por ejemplo,



$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

• Si el producto en cruz es igual es que son equivalentes:

$$2 \cdot 2 = 1 \cdot 4$$

Se obtiene una fracción equivalente a otra si se multiplica o divide al numerador y denominador por la misma cantidad.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a : k}{b : k}$$

• Una fracción equivalente a otra con otro denominador se calcula así:

$$\frac{3}{5} = \frac{?}{10} \rightarrow 10 : 5 = 2; 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

• 3 de cada 5 equivale a 6 de cada 10.

Completa los huecos: $\frac{7}{3} = \frac{}{12}$ $\frac{-8}{7} = \frac{}{21}$

SIMPLIFICAR UNA FRACCIÓN. IRREDUCIBLE

• Simplificar una fracción es hallar una equivalente más sencilla.
Mira estos dos ejemplos:

$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$ irreducible ; $\frac{24}{18} = \frac{24 \div 2}{18 \div 2} = \frac{12}{9} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} = \frac{4}{3}$

• También se pueden simplificar descomponiendo en factores. Mira los ejemplos:

$\frac{6}{8} = \frac{\cancel{2} \cdot 3}{\cancel{2} \cdot 4} = \frac{3}{4}$ irreducible ; $\frac{24}{18} = \frac{12 \cdot \cancel{2}}{9 \cdot \cancel{2}} = \frac{12}{9} = \frac{4 \cdot \cancel{3}}{3 \cdot \cancel{3}} = \frac{4}{3}$

Puedes elegir el método que quieras.

• Hallar una fracción equivalente a $\frac{36}{24}$ por divisiones sucesivas:

• Halla una fracción equivalente a $\frac{105}{42}$ por descomposición factorial:

• Una fracción es irreducible cuando no se puede simplificar más. Pon dos fracciones irreducibles.

PROPORCIÓN ENTRE DOS CANTIDADES

• La fracción también se puede definir como una proporción entre dos cantidades enteras. Aquí propiamente no hay división de una unidad en partes iguales.

Por ejemplo:

Una televisión mide 40cm x 30cm. ¿En qué proporción están sus dimensiones?	$\frac{40}{30} = \frac{4}{3}$
Un señor que mide 160cm tiene un palmo de 20 cm. ¿En qué proporción están estas medidas?	
Una fotografía mide 15cm x 10cm, ¿en qué proporción están sus medidas?	

En una clase de 20 alumnos hay 8 chicas. ¿Qué proporción de chicas hay?

Un jugador de baloncesto de 20 lanzamientos acierta 12. ¿Qué proporción de efectividad tiene?

En una caja de 100 tornillos 15 son defectuosos. ¿Qué proporción de defectuosos tiene?

• Un tanto por ciento es una fracción cuyo denominador vale 100

Por ejemplo, 15% = $\frac{15}{100}$

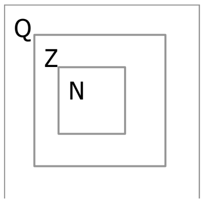
En el ejemplo de los tornillos en la practica se suele decir que la proporción de los tornillos defectuosos era del

• Se llaman números racionales a la ampliación de los enteros con las fracciones. Y se representan por la letra Q

Los números enteros también se pueden expresar como una fracción.

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2}$$

$N \subset Z \subset Q$



• Se llaman números racionales a la ampliación de los enteros con las fracciones. Y se representan por la letra Q. Los números racionales son pues las fracciones formadas por números enteros:

$\frac{a}{b}$ con a, b números enteros.

2. OPERACIONES CON FRACCIONES

• **Suma**: $\frac{7}{4}+\frac{5}{4}=\frac{7+5}{4}=\frac{12}{4}$

• **Resta**: $\frac{5}{7}-\frac{3}{7}=\frac{5-3}{7}=\frac{2}{7}$

Se llama **opuesta** de una fracción a la que tiene el signo contrario. Por ejemplo, la opuesta de $\frac{8}{2}$ es $\frac{-8}{2}$

Si las sumamos el resultado es 0. $\frac{8}{2}+\frac{-8}{2}=0$

• **Producto**: $\frac{5}{7}\cdot\frac{2}{3}=\frac{5\cdot 2}{7\cdot 3}=\frac{10}{21}$

Se llama **inversa de una fracción** a la que tiene el numerador y denominador cambiados. Por ejemplo, la inversa de $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$ y viceversa.

Si las multiplicamos el resultado es 1. $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{3}=1$

• **División**: Se puede hacer de dos formas:

a) Multiplicar por el inverso. b) Producto de extremos partido de producto de medios.

$$\text{a) Inverso}: \frac{4}{3}:\frac{2}{5}=\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{2}=\frac{4\cdot 5}{3\cdot 2}=\frac{20}{6} \qquad \text{b) Otra}: \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}}=\frac{4\cdot 5}{3\cdot 2}=\frac{20}{6}$$

La regla de la división se podría deducir a partir del producto.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{x}{y}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{x}{y}\cdot\frac{c}{d}$$

COMÚN DENOMINADOR

• Dos fracciones siempre se pueden poner con el mismo denominador y así poderlas comparar y operar con ellas.

$$\frac{3}{4}\text{ y }\frac{2}{5}\rightarrow \text{m.c.m.}(4,5)=20\rightarrow\begin{cases}\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 5}{20}=\frac{15}{20}\\ \frac{2}{5}=\frac{2\cdot 4}{20}=\frac{8}{20}\end{cases}$$

Ya están con el mismo denominador. Así sabemos que es mayor 3/4 que 2/5 por ejemplo.

• También para sumar o restar fracciones con diferentes denominadores hemos de reducirlas previamente al mismo denominador.

O bien se procede así:

$$\text{Suma}: \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+c\cdot b}{b\cdot d} \qquad \text{Resta}: \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-c\cdot b}{b\cdot d}$$

Por ejemplo, $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 5}{20}+\frac{2\cdot 4}{20}=\frac{15}{20}+\frac{8}{20}=\frac{23}{20}$

Prueba tú con la siguiente operación: $\frac{2}{7} + \frac{3}{5} + 2$

JERARQUÍA

Orden para efectuar las operaciones

$2 \cdot (3 + 5) + 5 \cdot 2^2 - 14 =$	1°	Paréntesis
	2°	Potencias / Radicales
	3°	Producto / División
	4°	Izquierda a derecha.

A igual prioridad se efectuarán de izquierda a derecha.

Comprueba a ver si tu calculadora opera con jerarquía o no.

Prueba tú ahora:

$\dfrac{\frac{-3}{5} \cdot 7 + 4 - \frac{1}{2}}{2 - 3 \cdot \frac{3}{5}} =$	1°	
	2°	
	3°	

LA FRACCION COMO OPERADOR

• De una herencia de 100 000 pesetas me corresponden las $\frac{3}{5}$ partes. ¿Qué cantidad representa?

Como es lógico procederíamos dividiendo la unidad en 5 partes y tomando 3.

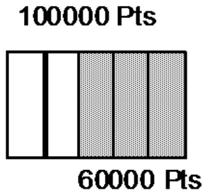
$$\frac{100000}{5} \cdot 3 = \frac{3 \cdot 100000}{5} = \frac{300000}{5} = 60000 \text{ Pts}$$

También se puede plantear así:

$$\frac{3}{5} \text{ de } 100000 = \frac{3}{5} \cdot 100000 = \frac{3 \cdot 100000}{5} = \frac{300000}{5} = 60000$$

La palabra «de» casi siempre se traduce por multiplicación en matemáticas. Por ejemplo, el triple «de» 5 es: $3 \cdot 5$.

Los $\frac{3}{5}$ «de»100000 son $\frac{3}{5} \cdot 100000$



• De 40 alumnos que se presentaron a una prueba aprobaron el 80%. ¿Cuántos alumnos aprobaron? Tendremos que hallar el 80% de 40.

3. NÚMEROS DECIMALES

DECIMAL FORM OF A NUMBER

It is a way to represent no integer quantities.

We use a simple symbol to express the no integer part: the decimal point.

The decimal part comes from the division of the unit in 10 parts and so on.

The decimal fraction units are the following: 1 : 10 = 0’1 -one tenth-; 1 : 100 = 0’01 –one hundredth-; 1 : 1000 = 0’001 –one thousandth-, 1 : 10000 = 0’0001 –one ten-thousandth- etc.

For instance, 235.473= 2 · 100 + 3 · 10 + 5 + 4 · 0.1 + 7 · 0.01 + 3 · 0.001

Whole part ← $\boxed{235}$ ´ $\boxed{473}$ → Decimal part.

TIPOS DE DECIMALES

• Una fracción también se puede expresar como un nº decimal. Basta dividir el numerador entre el denominador.

Se pueden dar los siguientes casos:

$$\begin{cases} \text{Entero:} & \frac{8}{4} = 2 \\ \text{Decimal finito:} & \frac{15}{4} = 3'75 \\ \text{Decimal periódico:} & \frac{14}{11} = 1'272727\ldots \end{cases}$$

• Para COMPARAR DOS PROPORCIONES O FRACCIONES. Es decir, para saber cuál es mayor de las dos se puede hacer de dos formas:

1ª) Pasando a forma decimal: ¿Qué número es mayor 5/6 ó 6/8?

5/6 = 0,83; 6/8 = 0,75. Es mayor 5/6

2ª) Reduciendo a común denominador:

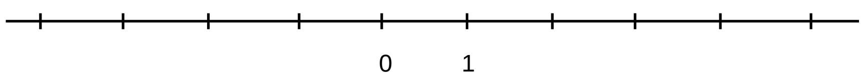
1ª: $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$

2ª: $\frac{6}{8} = \frac{18}{24}$

Lógicamente también sale mayor $\frac{5}{6}$

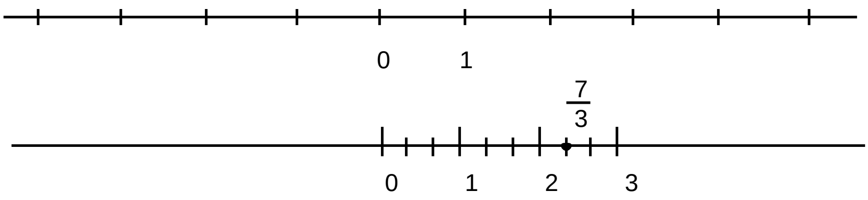
REPRESENTACIÓN GRÁFICA

• La **RECTA NUMÉRICA** es una recta en que hemos situado el 0 y la unidad (el 1). Con estos dos puntos se puede asignar un punto a todo número.



• Para representar una fracción en la recta numérica se divide la unidad en tantas partes como indique el denominador y se toman tantas como indique el numerador.

• Por ejemplo, así se representa $\frac{7}{3}$



4. FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN NÚMERO DECIMAL

Ahora abordamos el caso contrario, pasar de la expresión decimal de una fracción a su forma fraccionaria.

Si el número es decimal finito es trivial.

En el caso de que tengamos una expresión decimal periódica:

1. Llamar x a la fracción que buscamos y que equivale al número periódico que tenemos.	x = 2,3474747
2. Conseguir, multiplicandolo convenientemente por potencias de 10 dos números distintos con la misma parte decimal.	10x=23'474747 1000x=2347'4747
3. Restarlos y despejar la x.	990x=2324
4. Hallar la fracción	$x = \frac{2324}{990}$

GENERATRIX FRACTION

It is the fraction corresponding to a decimal number. How to get it?

1. If the decimal part is finite we have to divide all the digits without decimal point into a power of ten.

Example: $3,25 = \rule{2em}{0.4pt}$

2. If the decimal number has a period, we get thus the fraction:
   - The numerator is the result of subtract all the digits (without decimal point) minus the not recurring part.
   - The denominator is formed by writing as many 9 as digits has the period and as many 0 as decimal digits outside of the period it has.

Example:

$3'\overline{7} = \rule{3em}{0.4pt}$

$10'6\overline{03} = \rule{4em}{0.4pt}$